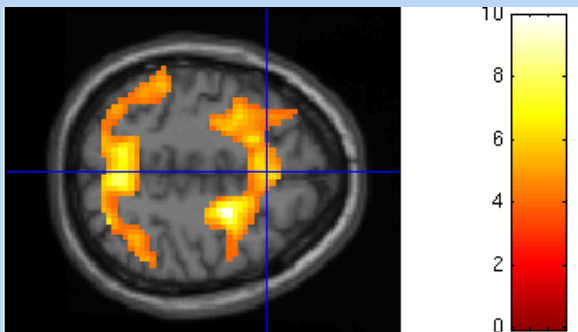


Statistische Tests in SPM

Teil I: Single subject Analyse (first Level)

t-Kontraste und F-Kontraste



Michael Rose, SPM Kurs 2011

Übersicht

1. Level (Einzelpersonen)

Person 1: Modell (Regressoren)

Person 1: t- oder F-Kontraste

Person 2 Person n

Ergebnisse

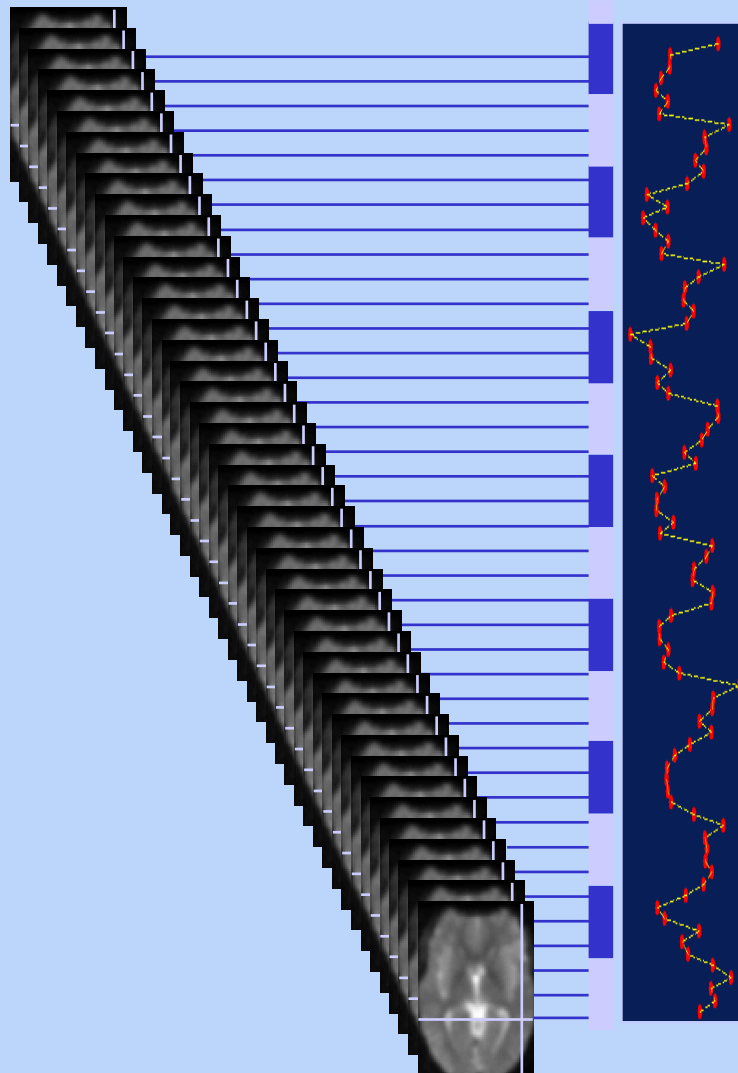


2. Level (Gruppe)

Modell für Gruppe (Regressoren)

Gruppe: t- oder F-Kontraste

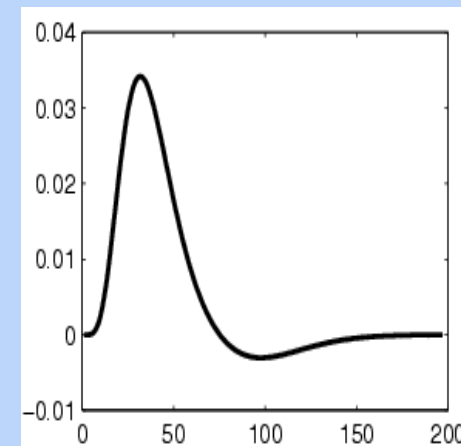
1. Level Daten für t-Statistik



Person 1:

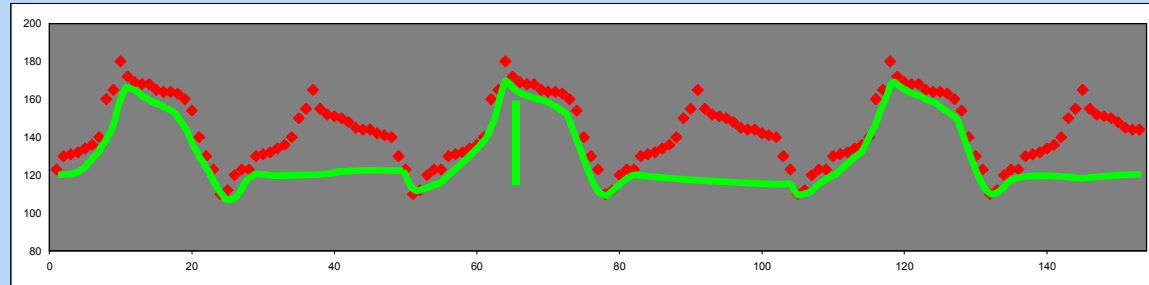
Modell

HRF



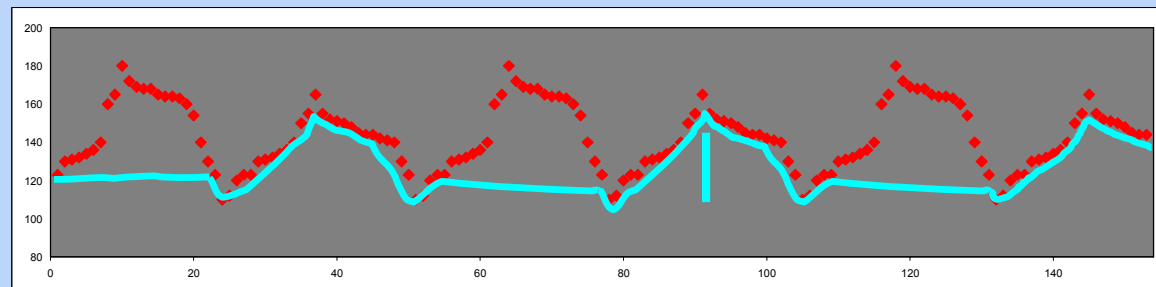
1. Level Daten für t-Statistik

Person 1
Bed. nb2

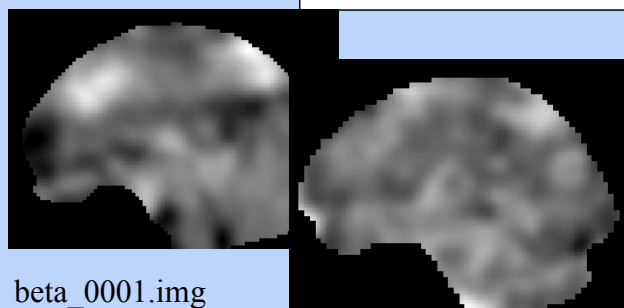


$$\hat{\beta}_{nb2}$$

Person 1
Bed. nb1



$$\hat{\beta}_{nb1}$$



beta_0001.img

beta_0002.img

$$\hat{\beta}_{nb1}$$



Geschätztes β für nb1

$$\hat{\beta}_{nb2}$$



Geschätztes β für nb2

t-Kontraste

1. Haupteffekte:

Regressionskoeffizient ist größer als Null

$$H_1: \beta_{nb2} > 0$$

$$\text{Test } H_0: \beta_{nb2} = 0$$

2. Differentielle Effekte:

Bedingung nb2 führt zu einem größeren Effekt als nb1;

$$H_1: \beta_{nb2} > \beta_{nb1}$$

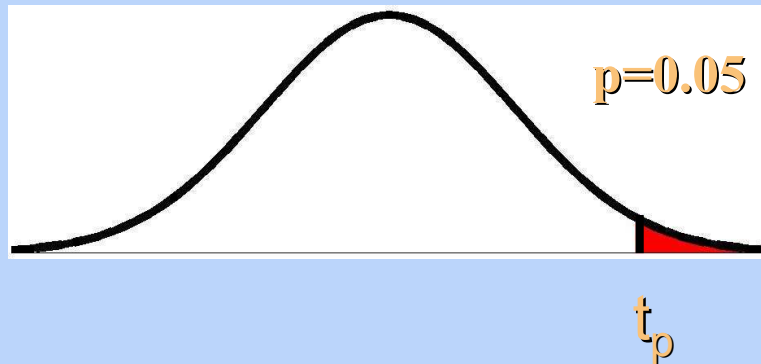
$$\text{Test } H_0: \beta_{nb1} = \beta_{nb2}$$

t- Kontraste: gerichtete Hypothese

t-Test

$$t = \frac{\hat{\beta}_{nb2} - \hat{\beta}_{nb1}}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 (\hat{\beta}_{nb2} - \hat{\beta}_{nb1})}}$$

t-Verteilung (H_0)



$$\beta_{nb1} = \beta_{nb2}$$

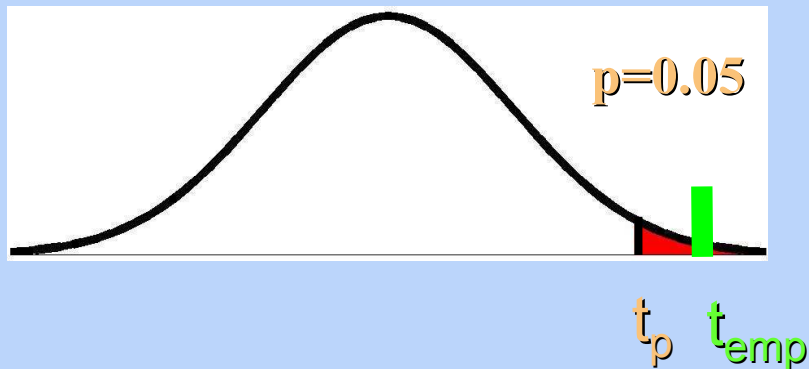
**Test H_0 : Differenzen
sind zufällig verteilt**

**p= Irrtumswahrscheinlichkeit
t= t-Wert zu p**

**Form der t-Verteilung von
Freiheitsgraden (df) abhängig**

t-Test

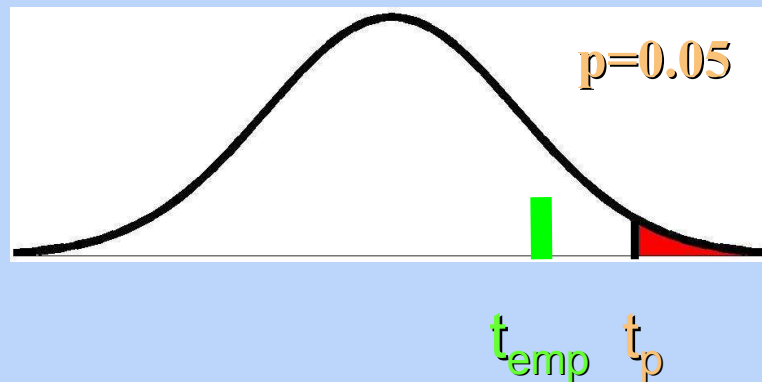
t-Verteilung (H_0)



~~$\beta_{nb1} = \beta_{nb2}$~~

$\beta_{nb2} > \beta_{nb1}$

H_0 wird verworfen!
(Mittelwerte sind sign. verschieden)



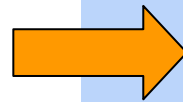
$\beta_{nb1} = \beta_{nb2}$

~~$\beta_{nb2} > \beta_{nb1}$~~

H_0 kann nicht verworfen werden!
(Mittelwerte sind nicht sign. verschieden)

t-Kontraste

$$t = \frac{\hat{\beta}_{nb2} - \hat{\beta}_{nb1}}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 (\hat{\beta}_{nb2} - \hat{\beta}_{nb1})}}$$



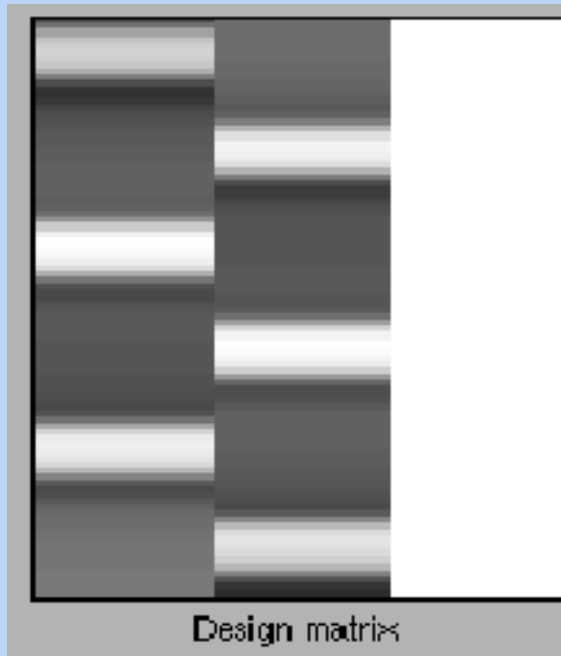
$$D = 1 * \hat{\beta}_{nb2} + (-1) * \hat{\beta}_{nb1}$$



c_1

c_2

Kontrastgewichtungen



Kontraste: Einzelvergleiche
bestimmter Bedingungen
entstehen aus Hypothesen

Kontraste für mehrere Parameter

Beispiel: Ist Mittelwert der 3 Experimentalbedingungen größer als der Effekt der Kontrollbedingung ?

$$D = (\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3) / 3 - \hat{\beta}_4$$

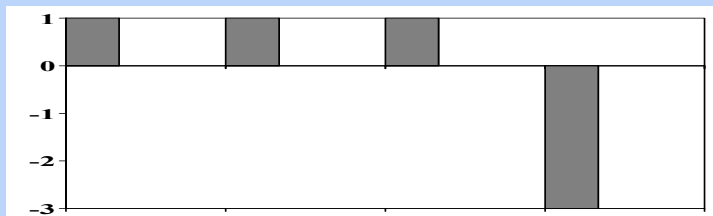
$$D = 0.33 * \hat{\beta}_1 + 0.33 * \hat{\beta}_2 + 0.33 * \hat{\beta}_3 + (-1) * \hat{\beta}_4$$

$$C_1=1/3 \quad C_2=1/3 \quad C_3=1/3 \quad C_4=(-1)$$

Führt zur gleichen Statistik wie:

$$C_1=1 \quad C_2=1 \quad C_3=1 \quad C_4=(-3)$$

$$D = 1 * \hat{\beta}_1 + 1 * \hat{\beta}_2 + 1 * \hat{\beta}_3 + (-3) * \hat{\beta}_4$$



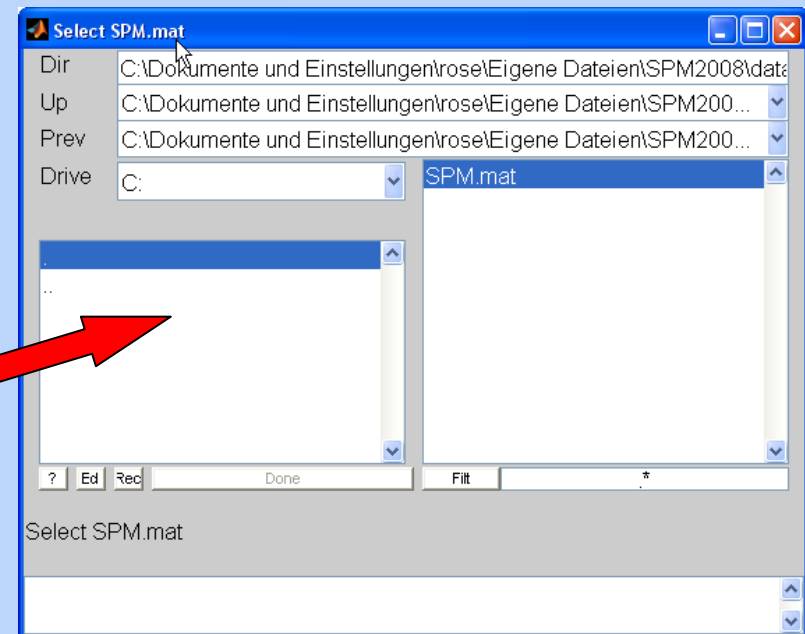
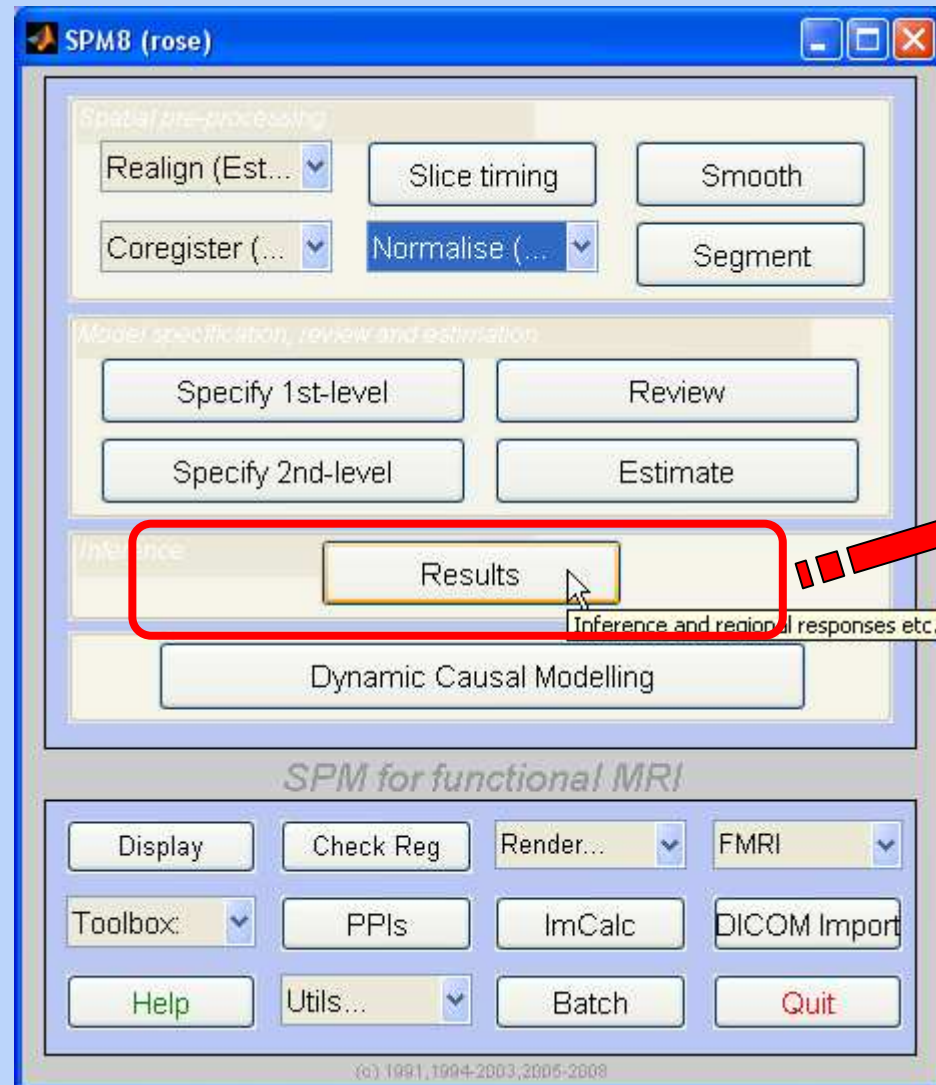
$$D = \sum_i c_i * \hat{\beta}_i$$

wobei

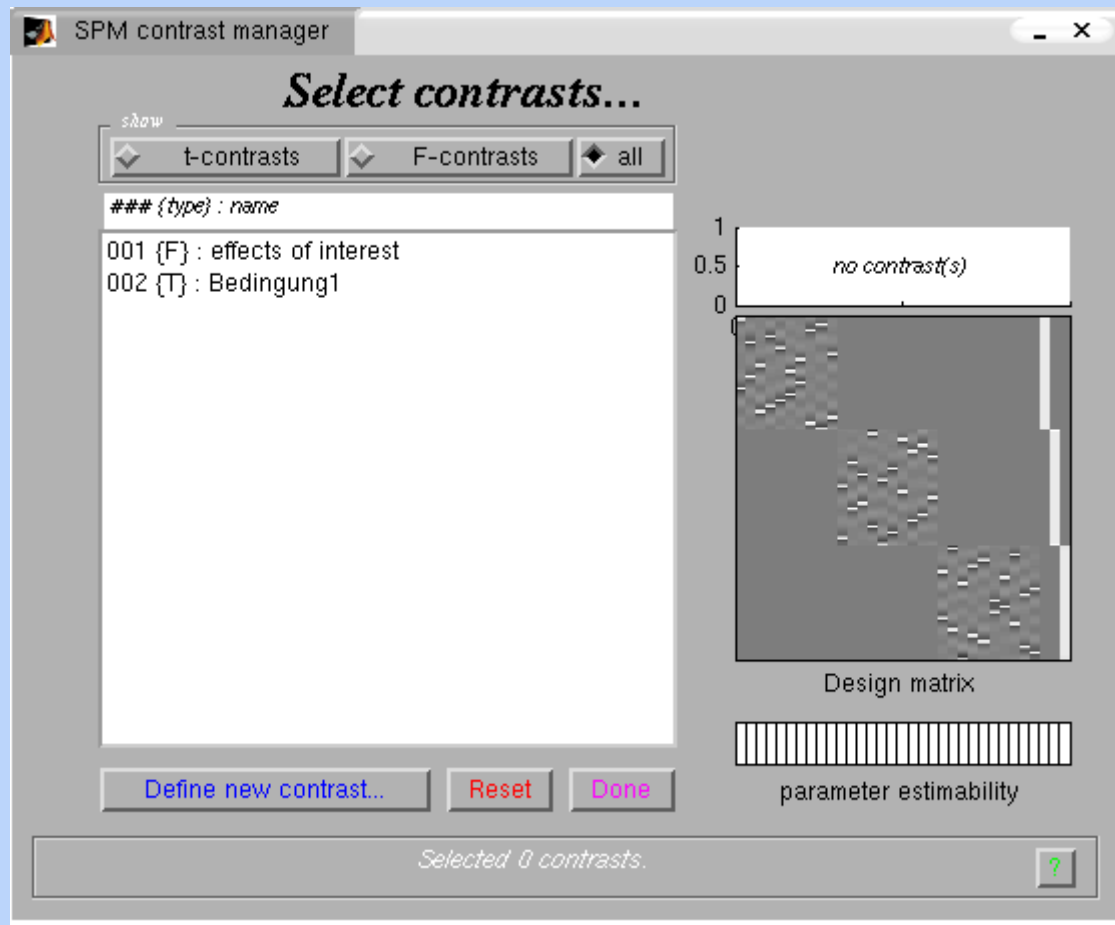
$$\sum_i c_i = 0$$

Für Differenzen

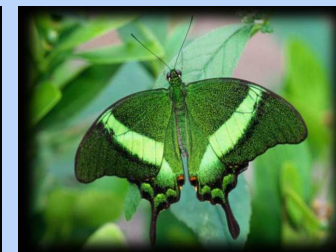
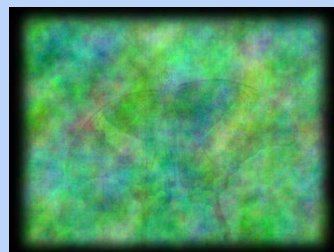
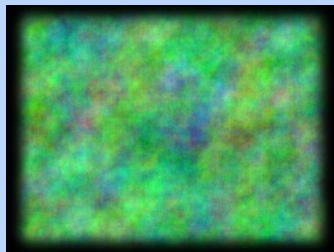
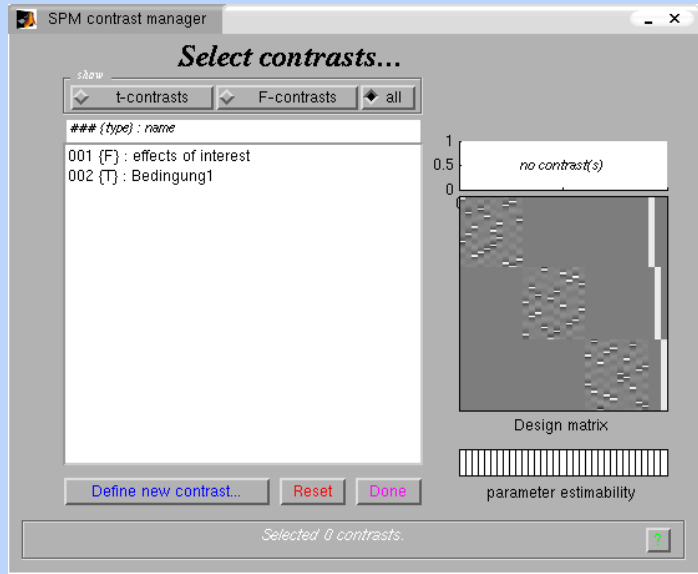
Kontrast-Manager



Kontrast-Manager

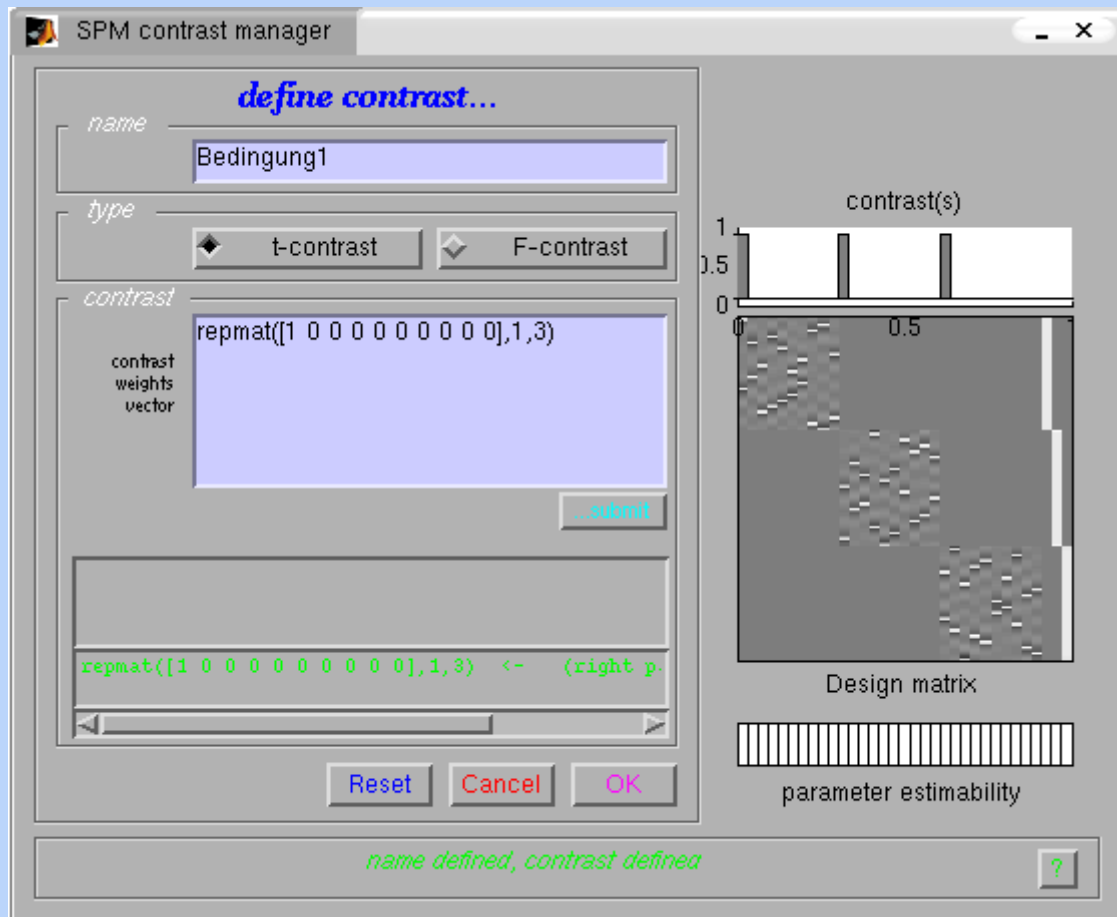


Kontrast-Manager



N-back 1 (1:5) oder 2 (6:10)

Haupteffekte



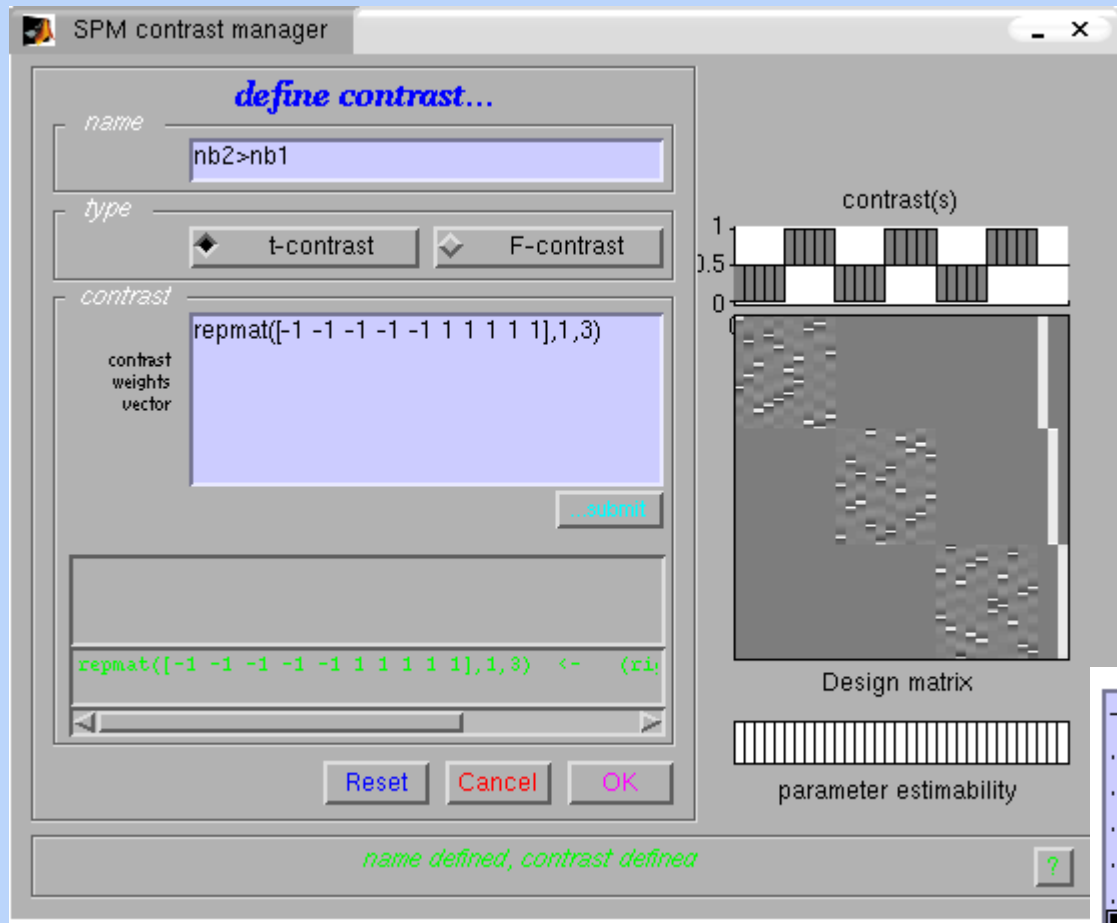
$$\bar{\beta}_{b1} > 0$$

$$t = \frac{\bar{\beta}_{b1}}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 \hat{\beta}_1}}$$

Wichtig: Summe
wird gebildet durch
Linearkombination

$$C = 1000000000100000000010000000000$$

Differentielle Kontraste



$$D = 1 * \bar{\beta}_{nb2} + (-1) * \bar{\beta}_{nb1}$$

- Contrast Manager
- . Select SPM.mat <-X
- . -Contrast Sessions
- . . -F-contrast
- . . . Name <-X
- . . . -Contrast vectors
- . . . -T-contrast
- . . . Name <-X
- . . . T contrast vector <-X

C = -1 -1 -1 -1 -1 1 1 1 1 1

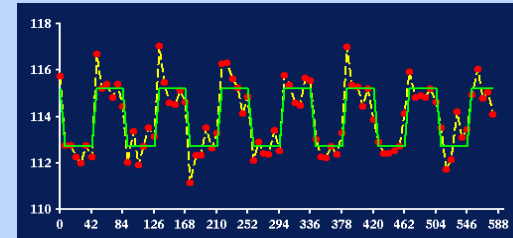
Fehler-Varianz

$$t = \frac{\hat{\beta}_{nb2} - \hat{\beta}_{nb1}}{\sqrt{\hat{\sigma}^2_{(\hat{\beta}_{nb2} - \hat{\beta}_{nb1})}}}$$

$$\hat{\sigma}^2_{(\hat{\beta}_{nb2} - \hat{\beta}_{nb1})} = f(\hat{\sigma}^2, c, X)$$

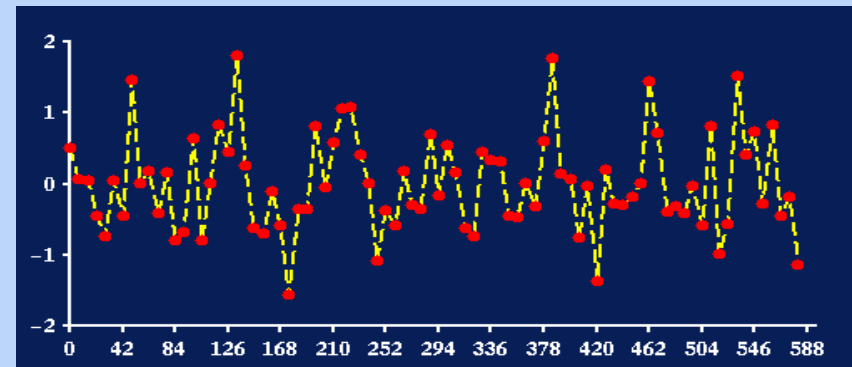
Residuen nach
Anpassung des gesamten
Modells (ResMS.img)

$$\frac{\sum \text{der quadrierten Residuen}}{\text{Anzahl der Datenpunkte minus der Anzahl der Regressoren}} = \hat{\sigma}^2$$



fitted box-car

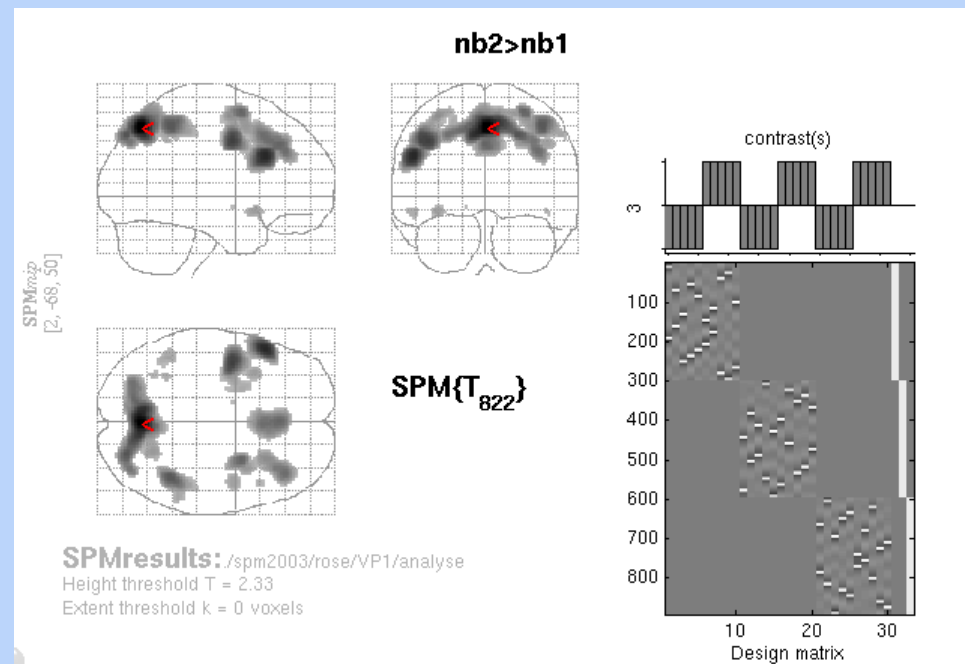
Residuen



SPM{t} - Map

Nback 2 > Nback 1

Jeder Kontrast ergibt einen t-Wert in jedem einzelnen Voxel, z.B. 5.20



$df = n - s$
 n : Meßpunkte
 s : Parameter

Statistics: *p-values adjusted for search volume*

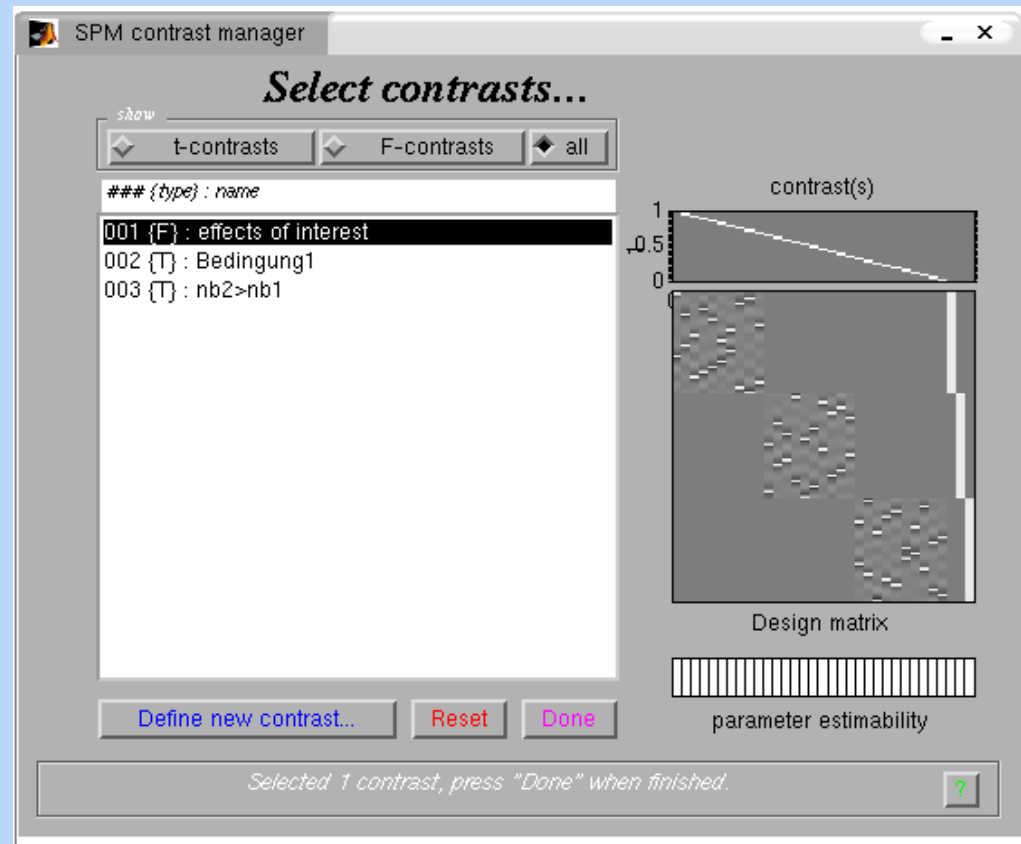
set-level		cluster-level			voxel-level					x,y,z (mm)		
D	C	D _{corrected}	k _E	D _{uncorrected}	D _{FWE-con}	D _{FDR-con}	T	(Z _E)	D _{uncorrected}			
0.998	14	0.004	2216	0.000	0.003	0.006	5.20	5.16	0.000	2	-68	50
					0.517	0.036	3.83	3.82	0.000	24	-80	44
					0.777	0.055	3.60	3.59	0.000	-14	-72	50
		0.557	545	0.030	0.062	0.011	4.51	4.48	0.000	-52	22	28
		0.241	817	0.010	0.236	0.021	4.13	4.10	0.000	-42	-2	40
					0.999	0.141	3.03	3.02	0.001	-34	-4	58
					1.000	0.261	2.62	2.61	0.005	-24	4	54
		0.563	541	0.031	0.579	0.040	3.78	3.76	0.000	42	-48	52
					1.000	0.237	2.68	2.68	0.004	56	-42	46
		0.271	781	0.012	0.743	0.052	3.64	3.62	0.000	28	4	62
					0.870	0.066	3.50	3.49	0.000	38	36	32
					0.969	0.089	3.31	3.30	0.000	34	32	40
		0.221	843	0.009	0.767	0.054	3.61	3.60	0.000	0	32	38
					0.881	0.068	3.49	3.47	0.000	2	22	42

F - Kontraste

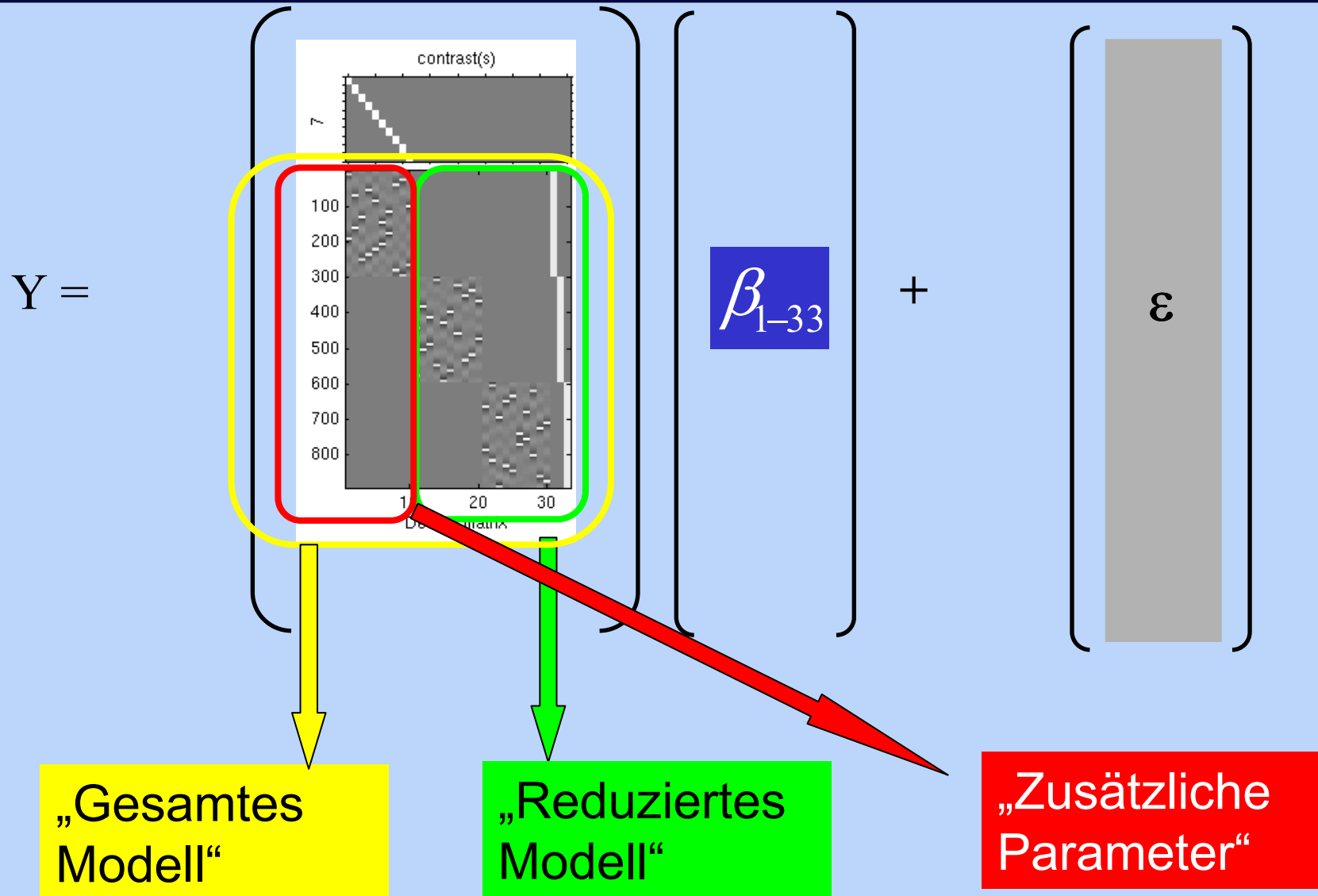
Wieviel Varianz erklären die ausgewählten Bedingungen?

Auswahl über Kontraste

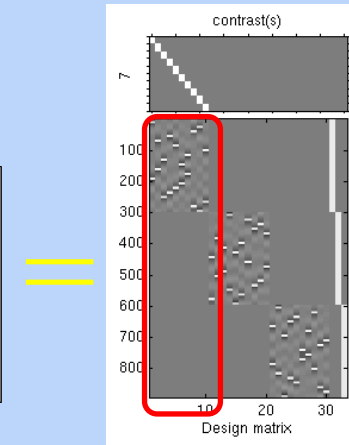
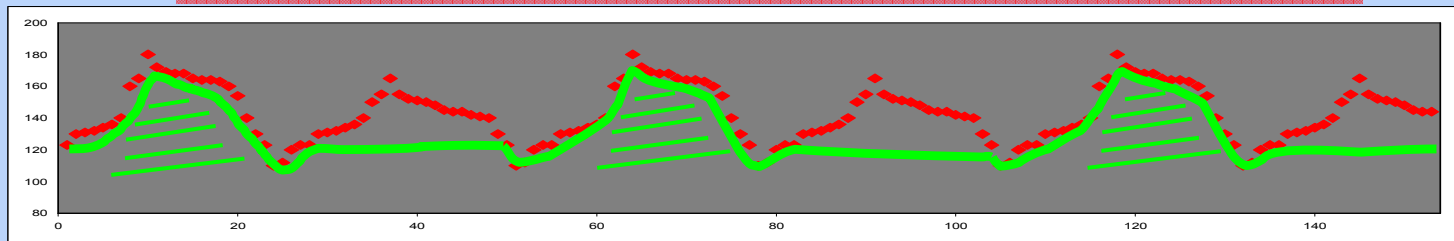
```
1
0 1
0 0 1
0 0 0 1
0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 1.....
```



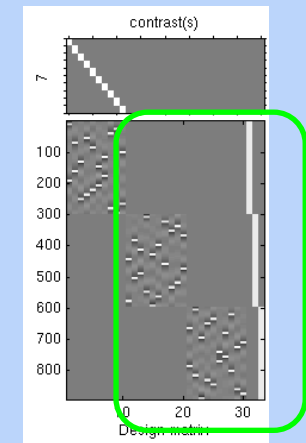
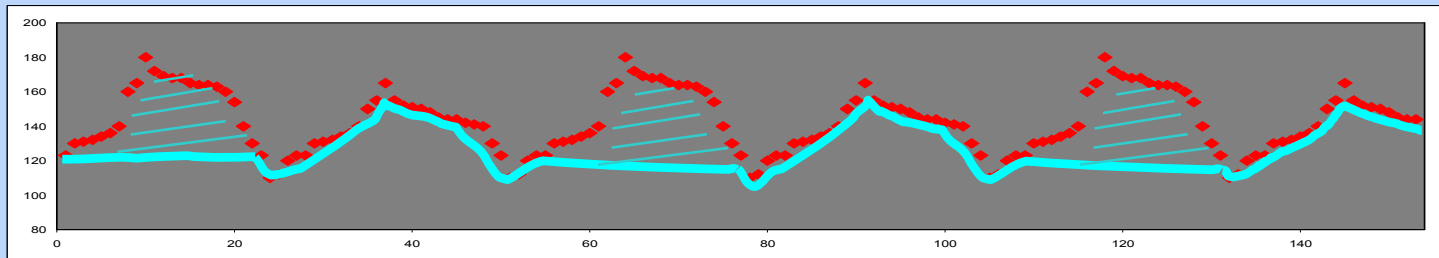
F - Kontraste



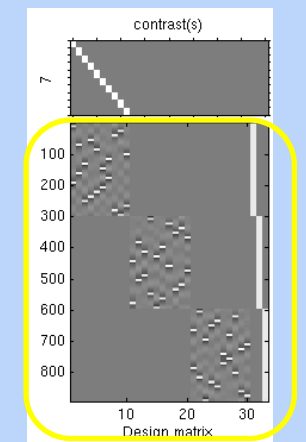
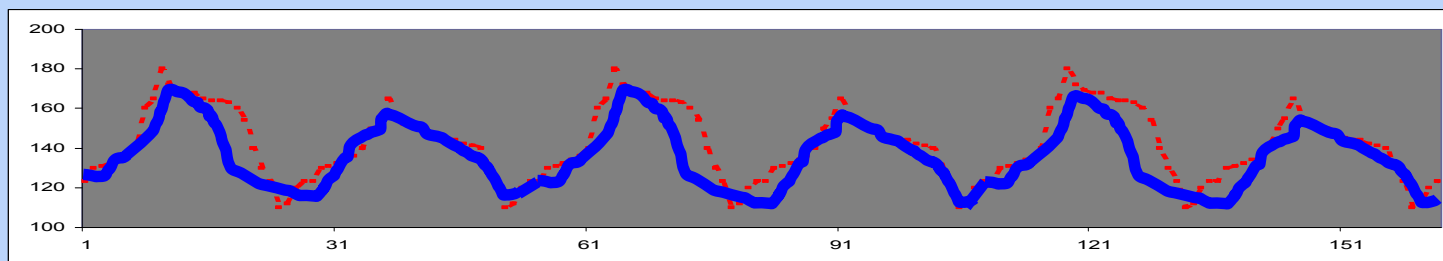
„Zusätzliche Varianz“



„Fehlervarianz des reduzierten Modells“



„Fehlervarianz des gesamten Modells“



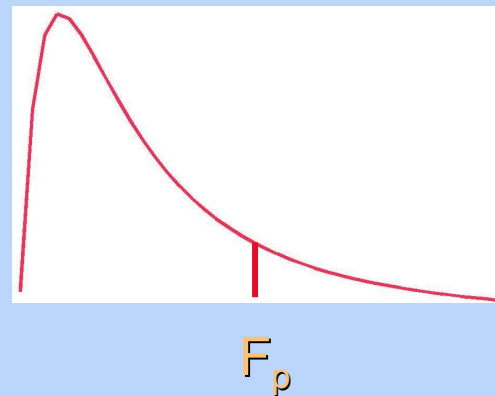
F - Kontraste

Zusätzliche Varianz =
Fehlervarianz des
reduzierten Modells -
Fehlervarianz des
Gesamtmodells

(ess_*.img = extra-sum-of-
squares des entsprechenden F-
Kontrastes)

$$F = \frac{(RSS_{Red}^2 - \hat{\sigma}^2) / (s - s_{Red})}{\hat{\sigma}^2 / (n - s)}$$

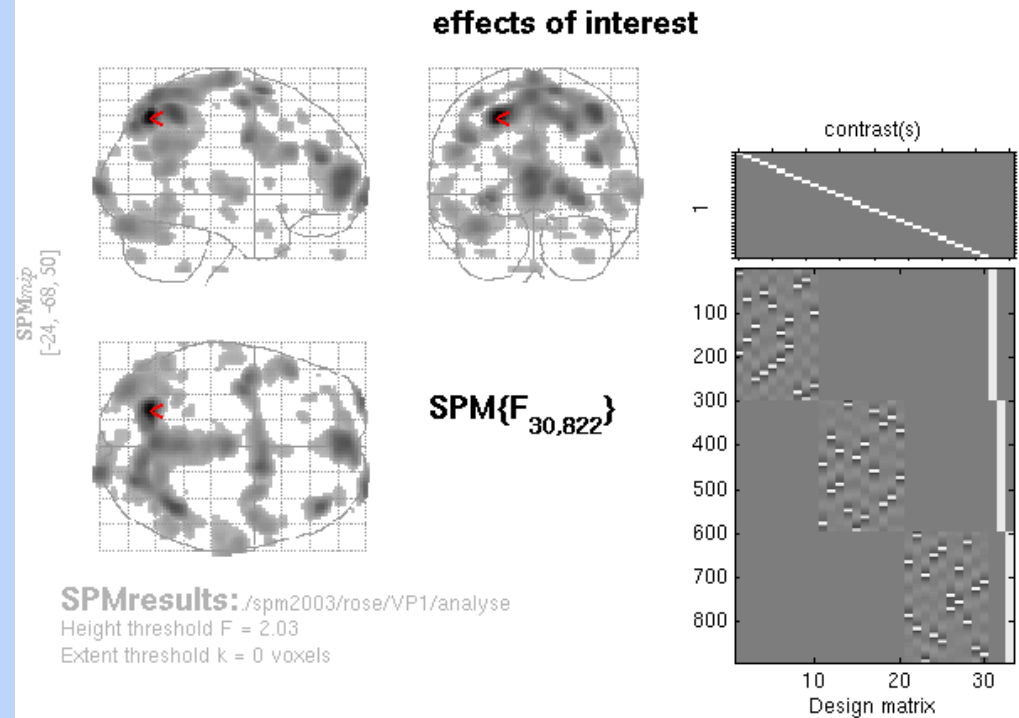
$$df(\text{Zähler}) = s - s_{Red}$$
$$df(\text{Nenner}) = n - s$$



SPM{F}-Map

Jeder Kontrast ergibt einen F-Wert in jedem einzelnen Voxel, z.B. 8.3

$$F = \frac{(RSS_{Red}^2 - \hat{\sigma}^2) / (s - s_{Red})}{\hat{\sigma}^2 / (n - s)}$$



Statistics: *p-values adjusted for search volume*

set-level		cluster-level			voxel-level					x,y,z (mm)		
D	C	D _{corrected}	k _E	D _{uncorrected}	D _{FWE-con}	D _{FDR-con}	F	(Z _≡)	D _{uncorrected}			
0.000	49		4292		0.000	0.000	8.30	Inf	0.000	-24	-68	50
					0.000	0.000	5.66	Inf	0.000	40	-52	52
					0.000	0.000	5.15	Inf	0.000	22	-78	44
			1672		0.000	0.000	5.33	Inf	0.000	-2	58	12
					0.000	0.000	5.15	Inf	0.000	0	56	2
					0.015	0.000	2.94	4.96	0.000	-20	58	22
			1721		0.000	0.000	5.14	Inf	0.000	14	4	68
					0.000	0.000	4.56	7.49	0.000	-36	-6	60
					0.000	0.000	4.54	7.46	0.000	-44	-4	36
			299		0.000	0.000	5.07	Inf	0.000	40	44	22
			631		0.000	0.000	4.97	Inf	0.000	18	-100	2
					0.952	0.004	2.25	3.58	0.000	-6	-88	-16
			156		0.000	0.000	4.85	Inf	0.000	28	72	-4

F - Kontraste

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \dots \end{bmatrix};$$

Parameter der 2. ODER 3. Spalte
signifikant verschieden von Null

$$C = [0 \ 1 \ 1];$$

Summe der Parameter der 2. UND 3.
Spalte signifikant verschieden von Null

Differentielle F-Tests sind zweiseitig also nicht gerichtet:

1 -1 entspricht -1 1

Zusammenfassung

In jedem Voxel:

- Gerichteter Unterschied zwischen den Schätzungen der Parameter (t-Kontrast)

⇒ SPM{t}-Map

- Nicht-gerichteter Unterschied zwischen Varianzschätzern (F-Kontrast)

⇒ SPM{F}-Map